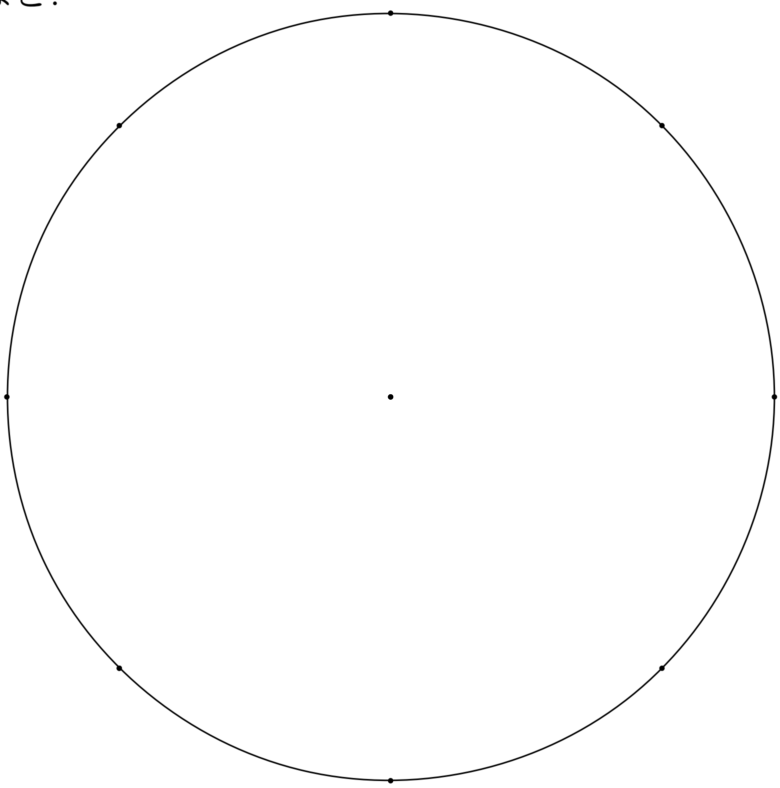
フィボナッチ数列によって葉を描く

茎の周りの 1 枚進むごとの葉の回転数が, $\frac{3}{8}$ のように, フィボナッチ数列の 1 コ間をおいた 2 数であるということを使って, 「葉の姿」を描いてみよう.

$\frac{3}{8}$ 回転/枚の葉を描く 1 枚につき $\frac{3}{8}$ 回転の葉を, 1 番上の葉から順に広がってゆくように描いてください. $\frac{3}{8}$ 回転/枚はアブラナ科の植物など.



黄金角の回転の葉を描く

先の $\frac{3}{8}$ 回転の場合, 回転角は円周を $3 : 5 = 1 : 1.666\cdots$ に分ける. 同様に, $\frac{5}{13}$ 回転なら回転角は円周を $5 : 8 = 1 : 1.6$, $\frac{8}{21}$ 回転なら回転角は円周を $8 : 13 = 1 : 1.625$, に分ける.

つまり, 葉 1 枚ごとの回転角が円周を分ける比も, 黄金比 $1 : 1.618\cdots\cdots$

に近づいてゆく.

そこで, 葉の回転角が円周をピッタリ黄金比に分けるような植物があったとすると, その回転角は $137.507\cdots\cdots^\circ$ になる. この角度を**黄金角**と呼んでおこう.

葉 1 枚につき黄金角 (約 137.5°) だけ回転するような葉のつき方を描いてみよう.

点①から左回りに黄金角 (約 137.5°) ずつ回転した点を②③ $\cdots$ としてある.

①②$\cdots$ の順に, 中心から次第に離れてゆくように点を打ってゆく. 別紙に書いたものさし切り取って, 目盛りを使うと描きやすい.

㉞まで点を打つと, 螺旋が見えてくるはずである. **右回りと左回りの螺旋の本数**を数えてください. ($\frac{3}{8}$ 回転のときも螺旋は現れているのだが打つ点が少ないと見えにくいようだ)

こうして描いた「黄金角の植物」は, 実際の植物ではその通りには見つからないだろうが, 黄金角に近い葉のつき方をする植物は, 身近な草花にもよく見かける.

黄金角回転の点の分布は, $\dfrac{3}{8}$ 回転などの場合と比べて, 次のような注目すべき特徴がある.

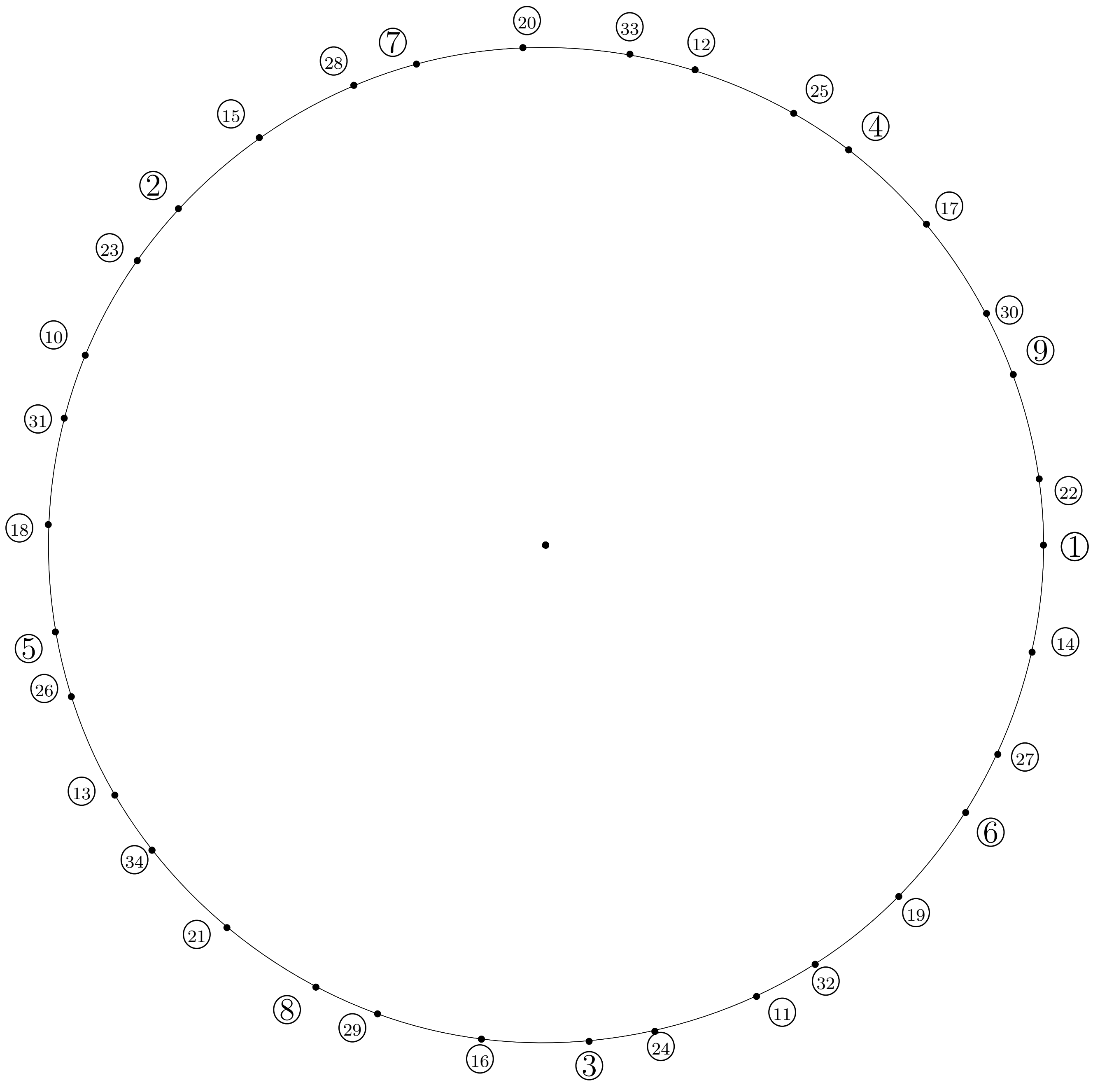
(1) $\dfrac{3}{8}$ 回転ならば, 葉のつく方向は 8 方向しか現れないが, 黄金角回転の場合は, **どこまで続けても葉は別の方向につく**. つねに新しい方向に葉がつく.

これは, 黄金比 $1 : 1.618\cdots\cdots = 1 : \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ が無理数で表されることに原因する. したがって, 円周を $1 : \sqrt{2}$ などで分ける角を使っても, (1) の性質は現れる.

(2) 図の 34 個のように, フィボナッチ数の分点をとり, 隣同士の分点の間の弧を見ると, 短め (①と㉒の弧, ⑨と㉚の弧など) と長め (㉒と⑨の弧, ㉚と⑰の弧など) の 2 種類の長さがある.

この 2 種類の弧の長さの比も, 黄金比 $1 : 1.618\cdots\cdots$ になる. **黄金角回転を続けると**, 分点の数によらず, 現れる**小さな弧の長さの比は**

すべて黄金比になる.



注. 上の図の分点位置はほぼ正しいが少し誤差が目につく.