

## 最短経路と石鹸膜

問 図のような 3 点の位置関係にある町 A, B, C を鉄道線路でつなぐ工事を行う。(道路や送電線や石油パイプラインなどと思ってもよい) 工事費を少なくするため、線路の総距離を最小にしたい。

総距離最小のつなぎ方を予想して、線を描いてください。ただし、A, B, C 以外の点を取って三又交差点などにしてよい。

• A

• C

• B

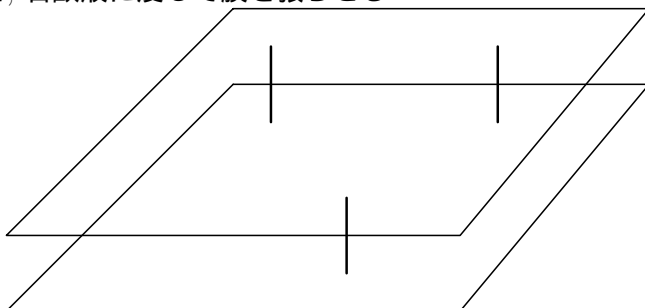
線を描いたら、描いた線の総距離をものさしで図って、その値を書いてください。

上の問のように、与えられた点以外の点を三又の交差点などにして使ってよいというルールで、複数の点を結ぶ最短経路を求める問題は、シュタイナー問題と呼ばれている。

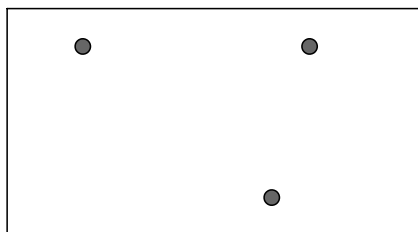
## 平行な 2 枚の板とその間の柱でできる膜の形

シュタイナー問題の解を、石鹸膜の実験で探することができる。

次の図のように、透明で平行な 2 枚の板の間に、何本かの柱をはさんだものを、石鹼液に浸して膜を張らせる。



上から見ると



すると、石鹼膜は長方形をつなげた形になるのだが、膜の面積はできるだけ小さくしようとする。膜を作る各長方形の縦（柱の方向の辺）の長さは一定なので、横の長さが短くしようとする。言い換えると、この平行板を上から見たときの線（膜の線）ができるだけ短くなる。結果、平行板を上から見たときの線の総長はできるだけ短くなるから、柱位置の点をできるだけ短い距離で結ぶつなぎ方を示すはずである。

実験 平行板（プラ板）に、両面吸盤の柱を適当に立てて、石鹼膜の作る形を見よう。柱（両面吸盤）の数を、3, 4, 5, 6, … と増やしてゆくと、どんな形が現れるか。

参考 WEB ページ <http://www.nirarebakun.com/graph/msteiner.html> 大山崇のだいたい正しい答えが得られる場合もあるシュタイナー問題のページ  
アートとしての数学 2008 年後期