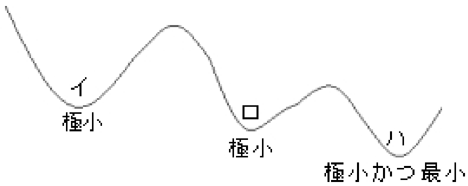
http://homepage1.nifty.com/haniu/nuas/minimum-tetrahedron.pdf

石鹸膜 - 補足

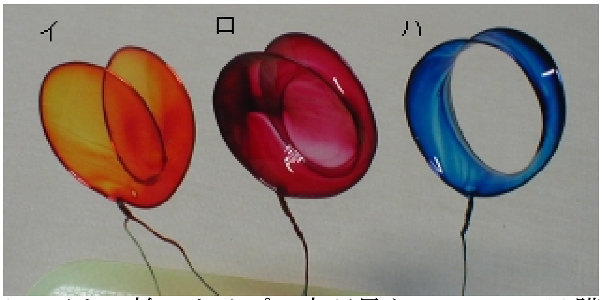
膜面積極小について

与えられた条件の下で, 石鹸膜は面積が**極小**になるように張る.

ここで,「極小」と「最小」という言葉の意味について説明しておく. 図のような, 3 つの谷イロハがあったとする. イもロもハもそれぞれその谷の近所よりは低い. こんなとき, イもロもハも高さは**極小**である, という. 高さが**最小**なのはハである.



次の写真は, 3 つとも針金の形は同じだが, 異なるタイプの形の樹脂膜が張ることがある, という例である. 針金の形はどれも 2 まわりさせてから輪を閉じた形だが,



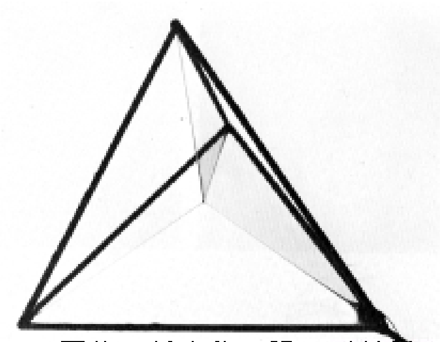
イの膜は 2 枚舌タイプ, ハはメビウス輪のタイプで穴が見えている. ロは膜 3 枚が 1 交線で集まる形が見られ, 膜が固まる前に中央の膜をはじけばハになる.

イロハのどれも, それぞれのタイプの膜の形の中では面積ができるだけ小さくなっている. 言い換えると, イロハのどれも, 少しだけ形を変えた場合よりは面積が小さくなっている. したがって, イもロもハも面積**極小**である. 面積**最小**になるのは, イロハの内のどれかである.

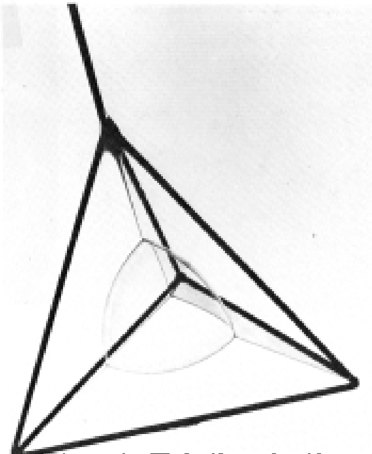
つまり, 石鹸液や樹脂液の膜が張るとき, 面積「最小」とはかぎらないので, 面積「極小」という方が正確である.

複数の膜が交線を作る場合

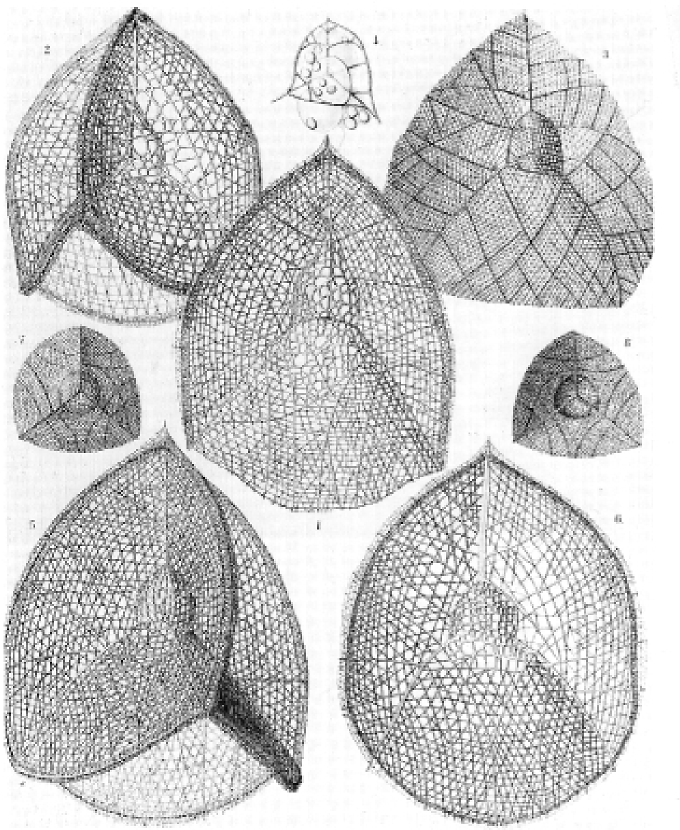
正四面体の針金枠に張る石鹸膜 → 放散虫の一種 Callimitra の骨格と似ている。下図は, ヒルデブラント, トロンバ著「形の法則」(東京化学同人) よりスキャン。



四面体の針金枠に張る石鹸膜



空気の部屋を作った形



放散虫Callimitra(ヘッケルによるスケッチ)

Callimitra のスケッチと写真
http://www.mnhn.fr/mnhn/geo/radworld/generapages/Callimitra.html

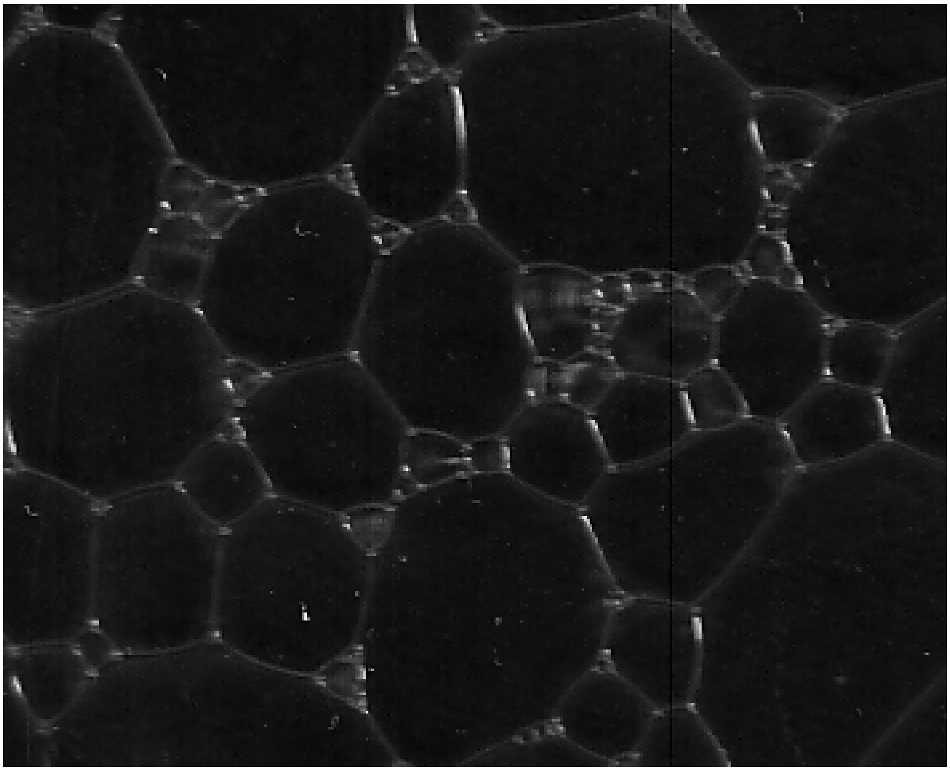
http://www.mnhn.fr/mnhn/geo/radworld/generapages/Callicaro.html

`http://starcentral.mbl.edu/microscope/portal.php?pagetitle=assetfactsheet&imageid=21831`

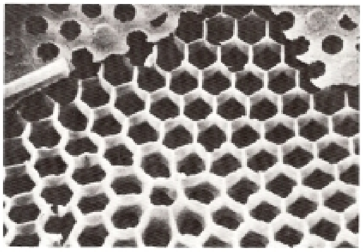
`http://www.radiolaria.org/image.htm?sp_id=171&division=68`

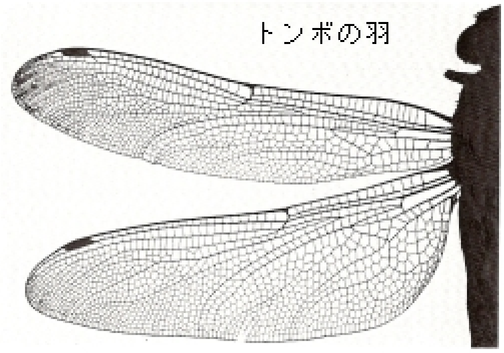
泡と細胞の類似

写真は 2 枚の平行なプラスチック板 (間隔約 4mm) にはさまれた石鹸膜. (柱はない) 2007 年 4 月 16 日撮影。
膜と膜が交わるところの角度は 120° のはずである.



蜂の巣, トンボの羽などと類似。





石鹸膜の性質に関するプラトーの発見

ベルギーの物理学者ジョゼフ・プラトー (1801〜1883) は, 石鹸膜に関する多くの実験と観察から, 次の規則を発見した. プラトーは後半生 (1843 年以降) 失明していたにもかかわらず, 助手や家族の助けによって観察と実験と研究を続けた.

プラトーの法則

(1) 3 枚の膜は, たがいに 120° をなして, 1 本の滑らかな曲線で出合う。

(2) 3 枚の膜が出会ってできる曲線 ((1) の曲線) が, 4 本, 1 点に集まることができる。この場合, どの 2 つの曲線も, 集まる 1 点でなす角は $109°28'16''$ である。 (数学的に厳密に証明されたのは 1973 年)

プラトー問題

プラトーは実験と観察から,「単一の針金でつくった閉曲線は, どんな形をしていても, 長すぎないかぎりは, 必ず, ひとつの石鹸膜の境界となる」ということを発見した. これを数学的に証明できるかが「プラトー問題」と呼ばれ難題であった. この問題は 1930 年頃基本的に解決された.

プラトーとアニメーションの起源

プラトーは 1832 年にフェナキスティスコープを発明して, 映画やアニメーションの原理開拓で決定的な貢献をした.